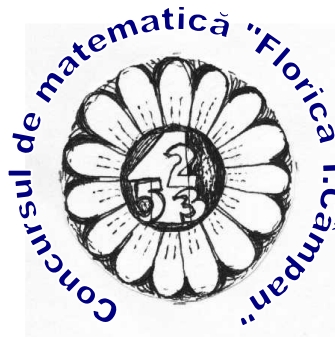


CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A X-A
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



Clasa a V-a
BAREM

SUBIECTUL I

a) Fie că vom cumpăra x cutii de câte 6 bucăți, y cu 9 ciocolate și z cu 20 de bucăți. Atunci $6x + 9y + 20z = 33$. (2p)

Rezultă $3 \mid 20z$ și cum $20z \leq 33$ rezultă că $z = 0$. (2p)

$6x + 9y = 33$ implică $2x + 3y = 11$.

Găsim $x = 4, y = 1, z = 0$ și $x = 1, y = 3, z = 0$. (2p+2p=4p)

b) $6x + 9y + 20z = 43$ rezultă că y este impar (1p) și atunci $y = 1$ sau $y = 3$. (2p)

$y = 1$ implică $6x + 20z = 34$, deci $3x + 10z = 17$, fals. (1p)

$y = 3$ implică $3x + 10z = 8$, fals. (1p)

Nu putem cumpăra 43 de ciocolate. (1p)

Din oficiu 2p.

Notă. Dacă se dau valori lui z și se determină celelalte valori, baremul funcționează similar.

SUBIECTUL II

a) Fie S_B, S_C suma elementelor din cele două mulțimi, $S_B = S_C$. Avem $2 + 3 + 4 + \dots + 11 + 12 = 77$ (1p), cum $S_B + S_C$ este număr par, trebuie să eliminăm cel puțin un număr impar. (2p)

Eliminăm (de exemplu 3). Atunci $S_B = S_C = 37$.

Putem considera $B = \{12, 1, 10, 4\}$ și $C = \{2, 5, 6, 7, 8, 9\}$. (2p)

b) Fie P_B, P_C produsul elementelor din cele două mulțimi, $P_B = P_C$.

Avem $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12 = 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$. (1p) Cum $P_B \cdot P_C$ este pătrat perfect, (1p) trebuie să eliminăm numere astfel încât $P_B \cdot P_C$ să conțină numai puteri cu exponent numere pare.

Eliminăm 11, 7 și un 3 (sau 12), (4p) deci $P_B \cdot P_C = 2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^2$, de unde $P_B = P_C = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1440$.

Putem considera $B = \{2, 8, 9, 10\}$ și $C = \{4, 5, 6, 12\}$. (2p)

Din oficiu 2p.

SUBIECTUL III

1. Dacă cerința nu este adevărată sunt cel mult $4 + 4 = 8$ numere, fals. (3p)

2. a) Dacă sunt cel puțin 9 cărți, conform punctului 1. sunt 5 mai mici decât 10 sau 5 mai mari decât 10. (3p)

Dacă sunt 5 mai mici decât 10, suma a orice două prețuri, ale acestora, va fi mai mică decât 20 lei, fals. (2p)

Dacă sunt 5 mai mari decât 10, suma a orice două prețuri va fi mai mare decât 20 lei, fals. (1p)

Rezultă că sunt cel mult 8 cărți.

b) De exemplu, 6, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, lei. Au prețuri distincte, diferite de 10 lei. (2p)

Fie grupele $\{6, 14\}$; $\{7, 13\}$; $\{8, 12\}$; $\{11, 9\}$, rezultă că orice grupă de 5 prețuri va conține cel puțin una din grupe, de unde și ultima cerință. (2p)

Din oficiu 2p.